



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MATEMATIKY
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF MATHEMATICS

CYKLICKÉ ŠROUBOVÉ PLOCHY

CYCLIC HELICOID

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

IVANA PŘIKRYLOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

RNDr. KVĚTOSLAVA BORECKÁ

BRNO 2012

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav matematiky

Akademický rok: 2011/2012

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Ivana Přikrylová

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Matematické inženýrství (3901R021)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Cyklické šroubové plochy

v anglickém jazyce:

Cyclic Helicoid

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

V práci budou uvedeny základní pojmy a konstrukční úlohy o šroubovici a šroubových plochách. Hlavním tématem budou cyklické šroubové plochy a jejich užití.

Cíle bakalářské práce:

Demonstrace cyklických šroubových ploch a jejich užití v technické praxi.

Seznam odborné literatury:

Borecká, K., Chvalinová, L., Lovečková, M., Roušarová, V. Konstruktivní geometrie. Brno: VUT, 2006.

Piska, R., Medek, V. Deskriptivní geometrie II. Praha: SNTL, 1975.

Urban, A. Deskriptivní geometrie II. Praha: SNTL, 1967.

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Květoslava Borecká

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 16.11.2011

L.S.

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

Abstrakt

Cyklické šroubové plochy spadají do oblasti deskriptivní geometrie. Cílem této práce je demonstrovat cyklické šroubové plochy a jejich užití v technické praxi. Nejdříve se budeme zabývat šroubovým pohybem, šroubovicí a jejími tečnami. Následovat bude popis obecné šroubové plochy a cyklické šroubové plochy. Cyklické šroubové plochy rozdělíme podle polohy tvořící kružnice vzhledem k ose šroubového pohybu. Všechny důležité postupy a geometrické údaje jsou doplněny narysovanými obrázky v programu Rhinoceros. Nakonec zhodnotíme užití cyklických šroubových ploch v jednotlivých oborech a v běžném životě.

Abstract

Cyclic helicoids belong to the descriptive geometry. The aim of this work is to demonstrate the cyclic helicoids and their use in engineering practice. First of all we will deal with the movement of screw, helix and its tangents. Then we will describe the general area, and cyclic helicoids. Cyclic helicoids split the position of the surface forming a circle relative to the axis of screw motion. Images complement the all important processes and geometric data. Images are drawn by the program Rhinoceros. Finally, we evaluate the use of cyclic helicoids in various fields and in everyday life.

klíčová slova

cyklické šroubové plochy, šroubovice, šroubový pohyb, tečny šroubovice

key words

cyclic helicoids, helix, screw motion, tangents of the helix

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci Cyklické šroubové plochy zpracovala samostatně dle pokynů vedoucí bakalářské práce RNDr. Květoslavy Borecké a s využitím uvedené literatury.

Přikrylová Ivana

Děkuji své vedoucí práce RNDr. Květoslavě Borecké za pečlivost a cenné rady při vedení mé bakalářské práce.

Obsah

| | | |
|----------|-----------------------------------------------|-----------|
| 1 | Úvod | 13 |
| 2 | Šroubový pohyb a šroubovice..... | 14 |
| 2.1 | Šroubový pohyb..... | 14 |
| 2.2 | Šroubovice a její vytvoření..... | 14 |
| 2.3 | Tečny šroubovice..... | 16 |
| 2.4 | Šroubování bodu..... | 18 |
| 3 | Šroubové plochy..... | 20 |
| 4 | Cyklické šroubové plochy | 21 |
| 4.1 | Normální cyklická šroubová plocha | 21 |
| 4.2 | Osová cyklická šroubová plocha | 24 |
| 4.3 | Archimédova serpentina | 27 |
| 4.4 | Obecná cyklická šroubová plocha | 30 |
| 5 | Užití cyklických šroubových ploch..... | 30 |
| 6 | Závěr | 33 |
| | Přehled použitých zdrojů..... | 35 |
| | Seznam příloh | 37 |
| | Přílohy | 39 |

1 Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá konstrukcí a zobrazením šroubovice a šroubových ploch. Šroubovice a šroubové plochy patří do oboru deskriptivní geometrie a technického kreslení, které jsou základem i pro dnešní počítačové zpracování všech technických výkresů. V současnosti je k dispozici veliké množství literatury, které popisuje jednotlivou problematiku deskriptivní geometrie.

Cílem bakalářské práce je demonstrovat cyklické šroubové plochy a pojednat o jejich technickém užití. Budeme zde rozebírat šroubový pohyb a šroubovici. Konkrétně probereme vznik a konstrukci šroubového pohybu, vznik a konstrukci šroubovice, vlastnosti jejích tečen a zmíníme se o způsobech šroubování bodu.

Řekneme si také, s jakými druhy šroubových ploch se můžeme setkat, podle čeho je dělíme, jaké jsou speciální šroubové plochy a jaké řezy se nejčastěji sestavují. Probereme podrobně cyklické šroubové plochy. Rozebereme jejich dělení podle polohy tzv. tvořící kružnice vzhledem k ose šroubového pohybu. Ukážeme si, jak vypadají jednotlivé cyklické šroubové plochy v perspektivním modelu a v Mongeově promítání. Řezy šroubových ploch budeme zobrazovat pouze v Mongeově promítání.

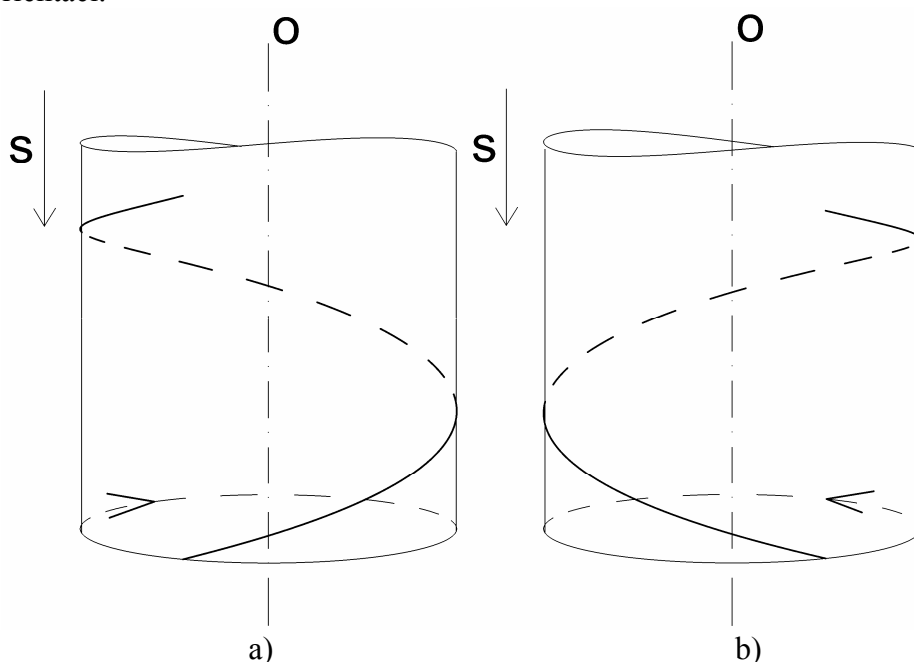
Nakonec se budeme zabývat užitím cyklických šroubových ploch. Ukážeme si možnosti širokého užití ve strojnictví, ve stavebnictví a dalších oblastech. Toto užití doplníme fotografickou dokumentací převážně ze zdrojů autorky bakalářské práce.

U všech ploch jsou uvedeny parametrické rovnice, které autorka odvozuje pomocí citované literatury. Jejich vlastní výpočet není zařazen do textu, neboť není cílem této práce. Veškeré perspektivní modely, nákresy v Mongeově promítání a další obrázky, u kterých nejsou uvedeny externí zdroje, jsou zpracovány autorkou této bakalářské práce v programu Rhinoceros. Program Rhinoceros je 3D plošný modelář, který je vhodný pro 2D výkresy i pro 3D zobrazování, je vhodný také pro přesné modelování volných tvarů.

2 Šroubový pohyb a šroubovice

2.1 Šroubový pohyb

Cyklické šroubové plochy vznikají šroubovým pohybem kružnice. Šroubový pohyb se skládá ze dvou dílčích pohybů, a to otáčivého (rotačního) pohybu a posuvného (translačního) pohybu. Tyto dva pohyby se orientují vzhledem k tzv. ose šroubového pohybu. Osou rotačního pohybu je právě osa šroubového pohybu, translační pohyb je ve směru osy šroubového pohybu. Šroubové pohyby můžeme dělit podle orientace na pravotočivé a levotočivé. Při pohledu na osu šroubového pohybu ve svislé poloze a při směru translačního pohybu dolů se u pravotočivého šroubového pohybu šroubované části otáčejí doprava, tedy ve směru chodu hodinových ručiček (obr. 1. a.). U levotočivého šroubového pohybu se šroubované části otáčejí doleva, tedy proti směru chodu hodinových ručiček (obr. 1. b.). Šroubový pohyb můžeme určit osou, konstantním poměrem rychlostí translačního a rotačního pohybu a orientací.



Obr.1. Pravotočivá šroubovice (obrázek vlevo) a levotočivá šroubovice (obrázek vpravo)

2.2 Šroubovice a její vytvoření

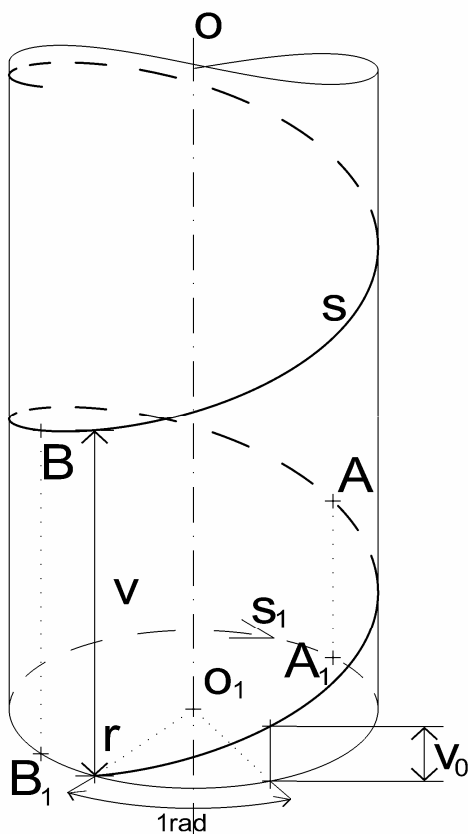
Trajektorie bodu, který se pohybuje šroubovým pohybem, tvoří šroubovici. Každý bod šroubovice má stejnou vzdálenost r od osy o šroubového pohybu. Bod, který má nulovou vzdálenost od osy, tvoří samotnou osu. Vzhledem ke konstantní vzdálenosti bodů šroubovice od osy můžeme říct, že šroubovice leží na tzv. nosné válcové ploše šroubovice. Promítneme-li šroubovici a její nosnou válcovou plochu pravouhle do roviny kolmé na osu šroubovice, získáme dvě splývající kružnice. Uvažujme rovnoběžku s osou o , ležící na nosné válcové ploše šroubovice. Vzdálenosti dvou nejblíže bodů, které vznikly průtnutím rovnoběžky se šroubovicí, říkáme výška závitu v . Je to zároveň velikost posuvu bodu šroubovice při otočení o 360° . Výšku závitu při otočení o jeden radián (v přepočtu na stupně jde přibližně o hodnotu $57^\circ 17' 45''$) nazveme redukováná výška závitu, značena v_0 . Tato redukováná výška závitu se někdy nazývá parametr. Pro výšku závitu a redukovanou výšku závitu můžeme napsat vztahy:

$$\frac{v}{2\pi r} = \frac{v_0}{r} \Rightarrow v = 2\pi v_0.$$

Orientace šroubového pohybu je zároveň orientací šroubovice. Máme tedy pravotočivou a levotočivou šroubovici. Pravotočivou a levotočivou šroubovici od sebe může rozeznat pozorovatel stojící vně nosné válcové plochy podle toho, zda ve směru stoupání jde šroubovice doprava (pravotočivá), nebo doleva (levotočivá). Směr klesání šroubovice budeme označovat šipkou.

Shrňme základní pojmy (obr. 2.) a jejich označení: šroubovice s , půdorys šroubovice s_1 , osa šroubovice o , výška závitů v a redukovaná výška závitů v_0 . Šroubovici můžeme zadat několika různými kombinacemi vlastností:

- osou o , výškou závitů v , bodem A a orientací *prav.* / *lev.* - $s(o, v, A, \text{prav.})$,
- osou o , redukovanou výškou závitů v_0 , bodem A a orientací - $s(o, v_0, A, \text{prav.})$,
- osou o , dvěma body A, B na jedné šroubovici a orientací - $s(o, A, B, \text{prav.})$,
- osou o a tečnou t - $s(o, t)$.



Obr.2. Základní pojmy šroubovice

Šroubovici lze také vyjádřit v souřadnicovém systému (O, x, y, z) pomocí parametrických rovnic. Umístíme osu nosné válcové plochy do osy z souřadnicového systému (O, x, y, z) a její řídící kružnici do roviny (x, y) . Takto položenou šroubovici můžeme vyjádřit parametricky:

$$x = r \cos t,$$

$$y = r \sin t,$$

$$z = \pm v_0 t,$$

nebo souhrnně jako vektorovou funkci:

$$\mathbf{S}(t) = (r \cos t, r \sin t, \pm v_0 t),$$

kde parametr t není omezený, tedy $t \in (-\infty, \infty)$, a pro jeden závit je parametr v rozsahu $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$. U souřadnice z bude znaménko $+$, pokud půjde o pravotočivou šroubovici, nebo $-$, pokud jde o levotočivou šroubovici.

2.3 Tečny šroubovice

Tečny šroubovice určují tzv. sklon šroubovice ϑ . Sklon šroubovice ϑ je úhel, který svírá libovolná tečna šroubovice s rovinou kolmou k ose šroubovice. Spádem šroubovice nazýváme hodnotu $\operatorname{tg} \vartheta$. Všechny tečny šroubovice mají stejný spád. Z toho můžeme říci, že šroubovice je křivka s konstantním spádem. Pro spád šroubovice platí:

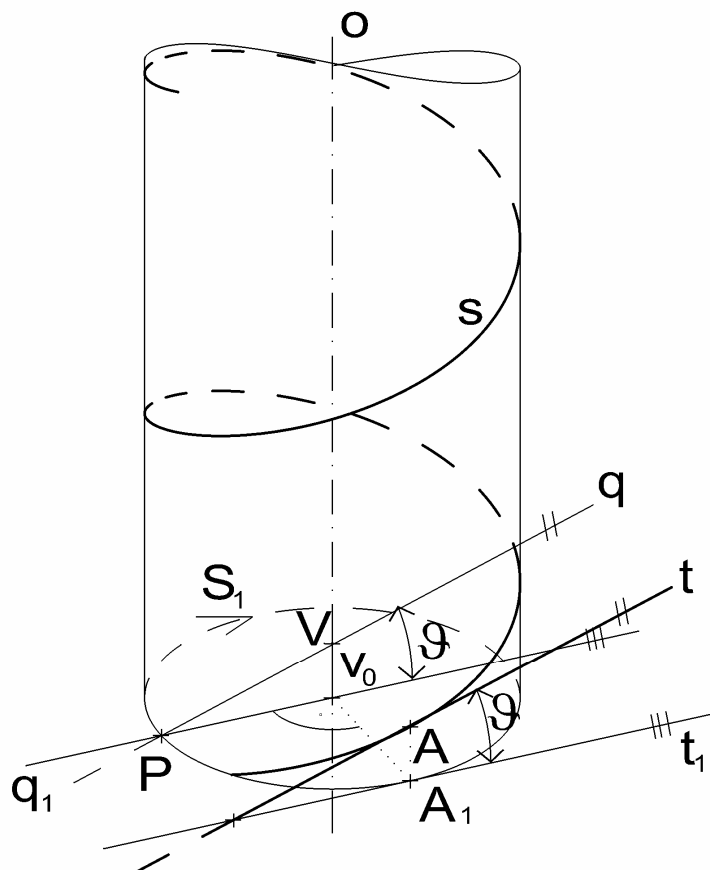
$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{v}{2\pi r} = \frac{v_0}{r} = \operatorname{konst.}$$

Tečny t šroubovice (obr. 3.) lze vyjádřit parametricky pomocí směrového vektoru \mathbf{u} a bodu dotyku A tečny šroubovice. Směrový vektor \mathbf{u} tečny získáme derivací parametrických rovnic šroubovice. Pro konkrétní bod dotyku A s parametrem t_0 pak platí:

$$\mathbf{A} = \mathbf{S}(t_0) = (r \cos t_0, r \sin t_0, v_0 t_0),$$

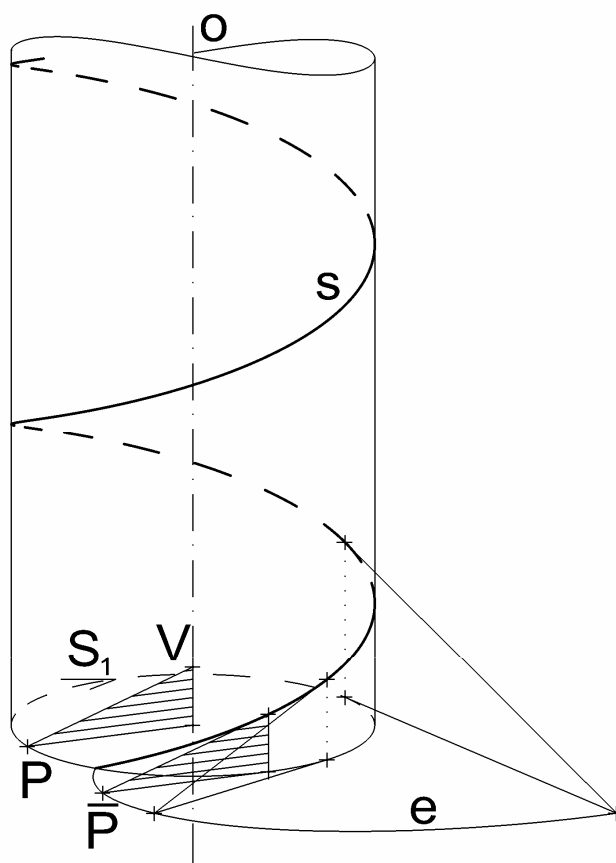
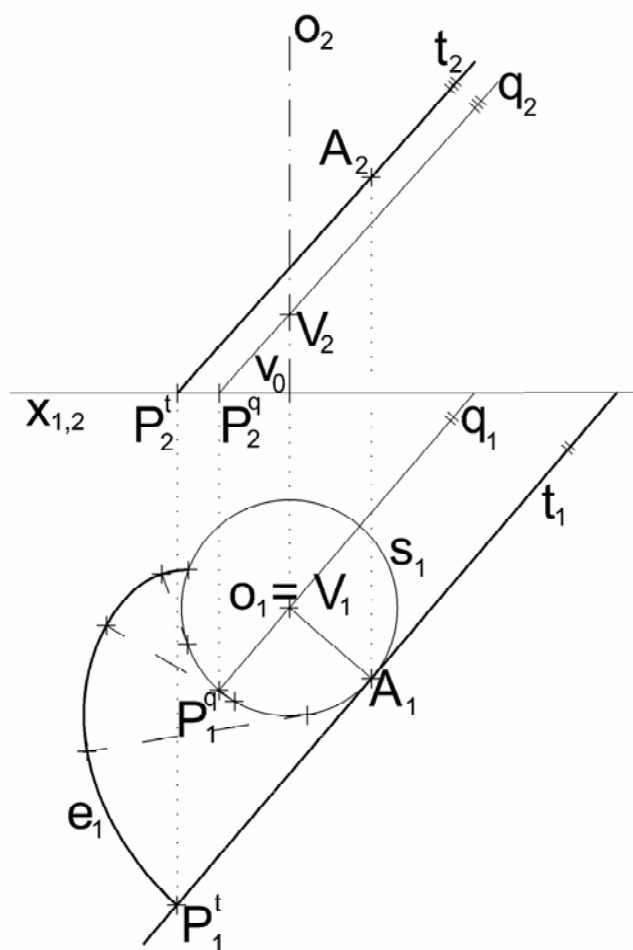
$$\mathbf{u}(t_0) = (-r \sin t_0, r \cos t_0, v_0),$$

$$\mathbf{t}(t_0) = (r \cos t_0 - w \cdot r \sin t_0, r \sin t_0 + w \cdot r \cos t_0, v_0 t_0 + w \cdot v_0).$$



Obr.3. Tečna šroubovice

Vezmeme šroubovici s s osou o kolmou na půdorysnu a bod V , který leží na ose o ve vzdálenosti v_0 od půdorysny. Existuje rotační kuželová plocha, tzv. řídicí kuželová plocha šroubovice, která prochází bodem V a půdorysem s_1 šroubovice. Kružnice s_1 je řídicí křivka řídicí kuželové plochy šroubovice a bod V je její vrchol. Osou této plochy je osa šroubovice. Každá tvořící přímka (površka) řídicí kuželové plochy je rovnoběžná s právě jednou tečnou šroubovice v rámci jednoho závitu. Průsečíky všech tečen šroubovice s půdorysnou tvoří evolventu e kružnice s_1 (obr. 4.).



Obr.4. Tečny šroubovice

2.4 Šroubování bodu

Při šroubování bodu řešíme dvě základní úlohy:

1. Z daného posunutí (výšky) hledáme otočení (úhel).
2. Z daného otočení (úhlu) hledáme posunutí (výšku).

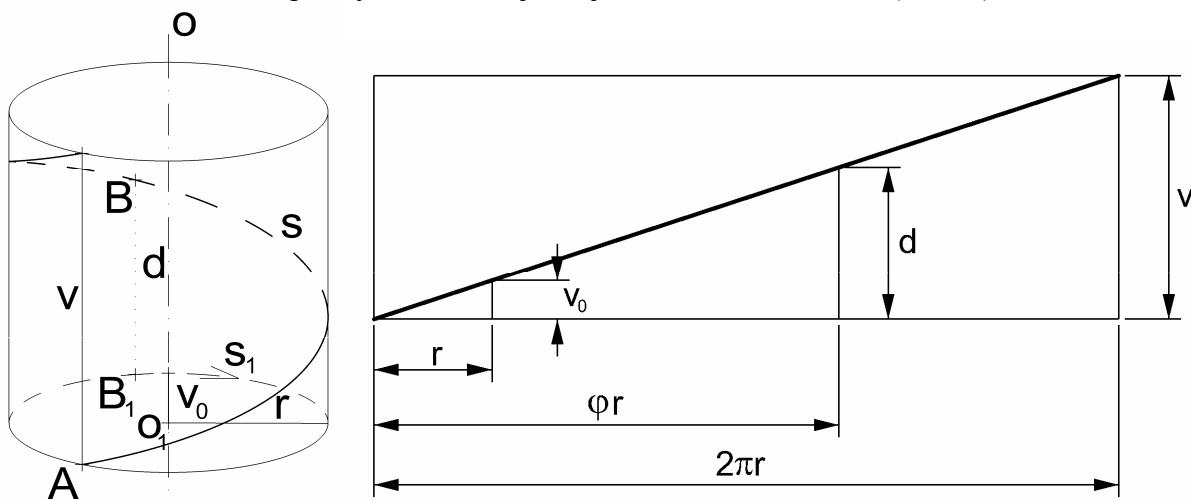
Tyto úlohy lze řešit graficky nebo numericky. Vycházíme z přímé úměry mezi vektorem posunutí, tedy výškou, a velikostí otočení o daný úhel, tedy délkou oblouku na kružnici s_1 :

- konstantní poměr výšky a otočení (numerické řešení):

| výška | : | délka oblouku | : | otočení o úhel |
|-------|---|---------------|---|------------------------------|
| v | : | $2\pi r$ | : | 360° |
| v_0 | : | r | : | $360^\circ / 2\pi$ |
| d | : | φr | : | $360^\circ * \varphi / 2\pi$ |

- redukční úhel, na základě podobností trojúhelníků (grafické řešení):

Vezmeme část nosné válcové plochy o výšce v a rozvineme ji. Vzniklý obdélník má velikost stran $2\pi r$ a v . Část šroubovice ležící v tomto pásu nosné válcové plochy se rozvine do úhlopříčky obdélníka, jde o jeden závit šroubovice (obr. 5.).



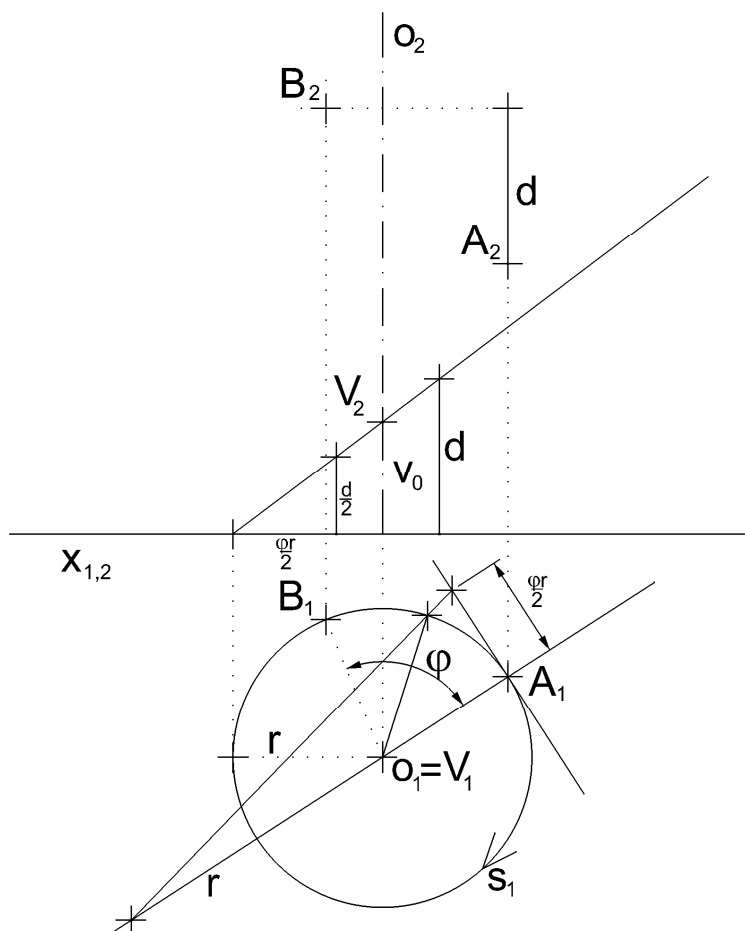
Obr.5. Rozvinutí nosné válcové plochy se závitěm šroubovice

Pro vykreslení délky oblouku kružnice můžeme využít těchto metod:

- Sobotkovu rektifikaci pro rozvinutí části kružnice délky $\frac{2\pi r}{n}$ (tomuto odpovídá při šroubování výška $\frac{v}{n}$),
- Kochaňského rektifikaci pro sestrojení poloviční délky kružnice, tedy πr (tomuto odpovídá při šroubování poloviční výška závitu $\frac{v}{2}$).

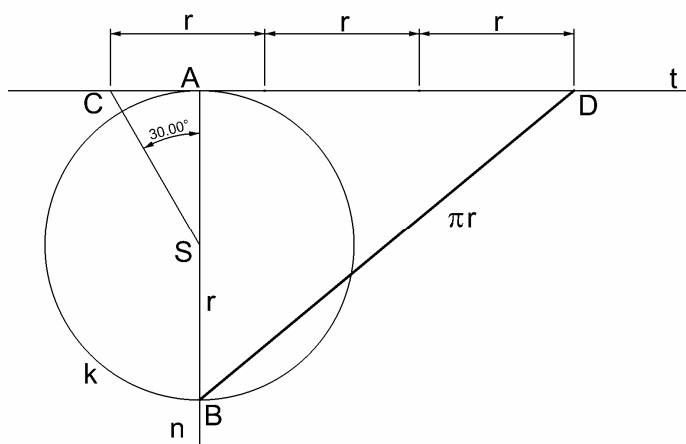
Šroubování bodu v Mongeově promítání při zadaném φ se sestrojí nejlépe pomocí Sobotkovy rektifikace (obr. 6.). Nejdříve vyneseme zadání příkladu, tedy osu o , redukovanou výšku v_0 a zadaný bod A . Nyní od bodu A vyneseme úhel φ podle směru šroubování do bodu B . Směr šipky na půdorysu šroubovice s_1 ukazuje směr klesání šroubovice, v našem případě šroubojeme bod nahoru, tedy proti směru šipky. Nyní provedeme Sobotkovu rektifikaci, tímto dostaneme délku oblouku φr pro daný úhel φ . Je-li úhel φ příliš velký, rozdělíme jej na stejné

menší části (Sobotkovu rektifikaci provádíme pouze na části zadaného úhlu, pro který musí platit, že délka jeho oblouku nebude větší než poloměr r kružnice s_I). V nárysň sestojíme redukční úhel, tj. pravoúhlý trojúhelník o odvěsnách velikosti r a v_0 . Podobností trojúhelníků zjistíme ze získané délky oblouku φr posunutí d ve směru osy. Hledaný bod B má tedy souřadnici z větší než bod A o vzdálenost d .



Obr.6. Šroubování bodu v Mongeově promítání při zadaném φ

Kochaňského rektifikací (obr. 7.) můžeme sestojit poloviční délku kružnice. Začneme body A a B , které tvoří průměr kružnice k . V bodě A sestojíme tečnu ke kružnici a na tuto tečnu vyneseme bod C otočením úsečky AS o úhel 30° . Z bodu C směrem na bod A vyneseme třikrát vzdálenost r . Koncový bod D této úsečky spojíme s bodem B . Vzniklá úsečka BD je délky πr .



Obr.7. Kochaňského rektifikace

3 Šroubové plochy

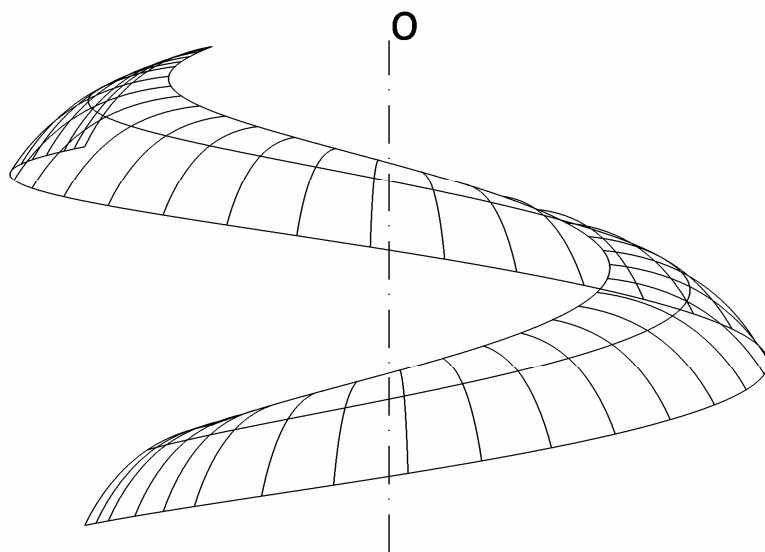
Šroubujeme-li rovinnou nebo prostorovou křivku, tzv. tvořící křivku, vzniká šroubová plocha (obr. 8.). Tvořící křivka je libovolná křivka různá od šroubovic daného šroubového pohybu. Šroubový pohyb vykonává každý bod tvořící křivky. Pro šroubovice jednotlivých bodů tvořící křivky platí, že mají stejnou osu šroubové plochy, stejnou výšku závitů i redukovanou výšku závitů. Při šroubování tvořící křivky šroubujeme každý bod vždy o stejný úhel a o stejné posunutí.

Šroubovou plochu můžeme chápat dvěma způsoby:

- jako soustavu shodných tvořících křivek vzájemně posunutých a otočených,
- jako soustavu šroubovic jednotlivých bodů tvořící křivky.

Šroubové plochy obsahují tzv. regulární body. Regulární bod je bod, kterým prochází jedna šroubovice a jedna tvořící křivka. Každý vnitřní regulární bod šroubové plochy má svou tečnou rovinu. Tečná rovina je tvořena tečnou ke šroubovici a tečnou k tvořící křivce.

U šroubových ploch sestrojíme dva řezy, normální a osový řez. Normální řez šroubové plochy leží v rovině kolmé na osu šroubového pohybu. Osový řez šroubové plochy leží v rovině rovnoběžné s osou šroubové plochy. Křivku, která vznikne osovým řezem šroubové plochy, nazveme meridián nebo poledník šroubové plochy, jestliže osa šroubového pohybu leží v rovině osového řezu. Posuneme-li osový řez ve směru osy o výšku závitů (tomuto posunutí odpovídá otočení o 360°), zobrazí se tento řez sám do sebe. Má-li meridiánový řez rovinu rovnoběžnou s některou průmětnou, nazveme jej hlavní meridiánový řez. V libovolném řezu, jehož rovina obsahuje osu šroubové plochy, je shodná tvořící křivka jako v řezu, který je otočený kolem osy šroubové plochy o libovolný úhel.



Obr.8. Obecná šroubová plocha

V souřadnicové soustavě $(O; x, y, z)$ můžeme obecnou šroubovou plochu, která má osu v ose z a její tvořící křivka má parametrické rovnice $x = f(u)$, $y = g(u)$, $z = h(u)$, zapsat parametrickými rovnicemi:

$$\begin{aligned} x &= f(u) \cos t - g(u) \sin t, \\ y &= f(u) \sin t + g(u) \cos t, \\ z &= h(u) + \varepsilon v_0 t, \end{aligned} \quad \text{pro} \quad \begin{aligned} u &\in (-\infty, \infty), \\ t &\in (-\infty, \infty), \end{aligned}$$

kde $\varepsilon = +1$ pro pravotočivou šroubovou plochu a $\varepsilon = -1$ pro levotočivou šroubovou plochu.

Rozlišujeme šroubové plochy uzavřené, které obsahují osu šroubového pohybu, a otevřené, které neobsahují osu šroubového pohybu. U některých šroubových ploch existují hrdelní, rovníkové a hraniční šroubovice. Hrdelní šroubovice vzniká šroubováním bodu

nejblíže ose šroubového pohybu. Rovníková šroubovice vzniká šroubováním bodu nejvzdálenějšího od osy šroubového pohybu. Tečné roviny v bodech hrdelní i rovníkové šroubovice musí být rovnoběžné s osou šroubovice. Hraniční šroubovice jsou šroubovice krajních bodů tvořící křivky v případě, že tvořící křivka je otevřená křivka.

Nejpoužívanější šroubové plochy můžeme třídit podle druhu tvořící křivky na přímkové šroubové plochy a cyklické šroubové plochy.

Přímkové šroubové plochy dále dělíme podle polohy tvořící přímky vztažené k ose šroubování:

- Pravoúhlá uzavřená přímková plocha – tvořící přímka je kolmá na osu a protíná ji.
- Pravoúhlá otevřená přímková plocha – tvořící přímka je kolmá na osu, ale neprotíná ji.
- Kosoúhlá uzavřená přímková plocha – tvořící přímka je kosá k ose a protíná ji.
- Kosoúhlá otevřená přímková plocha – tvořící přímka je kosá k ose, ale neprotíná ji.

Cyklické šroubové plochy jsou plochy, které mají jako tvořící křivku kružnici. Cyklické šroubové plochy dělíme podle polohy tvořící kružnice vzhledem k ose:

- Normální cyklická šroubová plocha – tvořící kružnice leží v rovině kolmé na osu.
- Osová cyklická šroubová plocha – tvořící kružnice leží v rovině, do které náleží i osa.
- Archimédova serpentina – tvořící kružnice leží v rovině kolmé na tečnu šroubovice středu, střed tvořící kružnice leží tedy přímo na šroubovici.

4 Cyklické šroubové plochy

Cyklické šroubové plochy vznikají šroubovým pohybem kružnice kolem osy o . Osu o budeme vždy pokládat do svislé osy z souřadnicové soustavy $(O; x, z, y)$, nebo s osou z rovnoběžně. Cyklické šroubové plochy dělíme dle vzájemné polohy tvořící kružnice k a osy o na normální a osová cyklické šroubové plochy, Archimédovy serpentine a obecné cyklické šroubové plochy.

V obrázcích budeme zobrazovat tzv. zdánlivé obrysy jako obálky šroubovaných kružnic.

4.1 Normální cyklická šroubová plocha

Tvořící kružnice normální cyklické šroubové plochy leží v rovině kolmé na osu o a má parametrické rovnice $x = r \cos u + l$, $y = r \sin u + m$, $z = n$, kde souřadnice středu kružnice jsou $[l, m, n]$. Tyto plochy dělíme podle polohy tvořící kružnice a osy šroubovice na plochy, kde osa šroubovice prochází vně šroubové plochy (obr. 9.), plochy s tvořící kružnicí, která má jeden bod dotyku s osou šroubovice (obr. 11.), plochy, kde osa šroubovice prochází uvnitř šroubové plochy (obr. 12.), nebo plochy s tvořící kružnicí, která má střed na ose šroubovice (obr. 13.). Normální cyklická šroubová plocha s tvořící kružnicí, která má střed na ose šroubovice, je speciálním případem cyklické šroubové plochy a tvoří válcovou plochu. Dosazením rovnic konkrétní tvořící kružnice do parametrických rovnic obecné šroubové plochy dostaneme parametrické rovnice normální cyklické šroubové plochy:

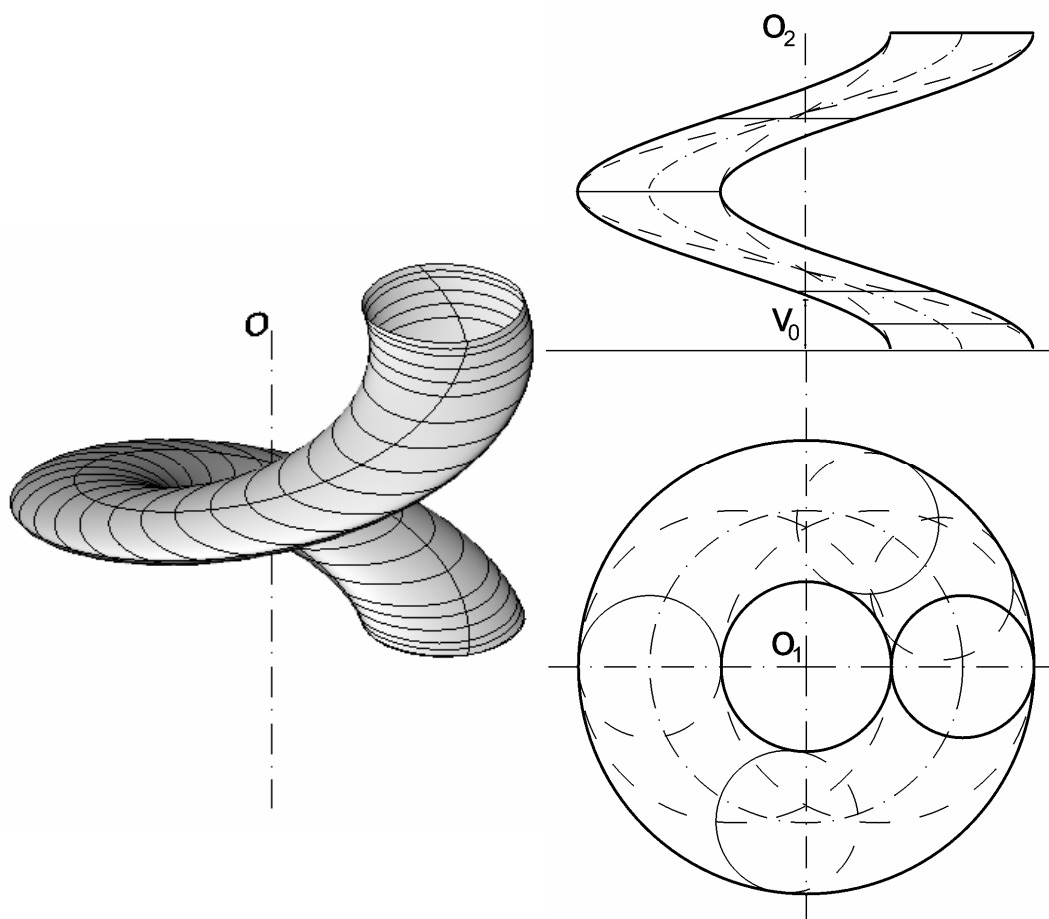
$$x = r \cos u \cos t + l \cos t - r \sin u \sin t - m \sin t,$$

$$y = r \cos u \sin t + l \sin t + r \sin u \cos t + m \cos t,$$

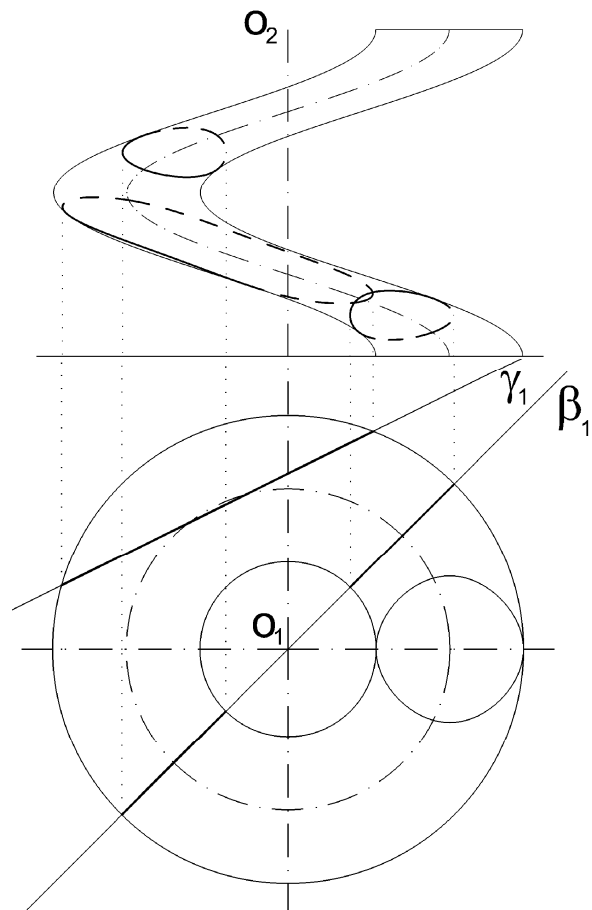
$$z = n + v_0 t.$$

Řezem normální šroubové plochy rovinou kolmou na osu šroubové plochy je kružnice (obr. 9.). Řezy normální cyklické šroubové plochy rovinou rovnoběžnou s osou jsou zobrazeny na obrázku 10. Řez rovinou β , která prochází osou šroubové plochy, je tzv. meridiánový řez a řez rovinou γ je obecný osový řez.

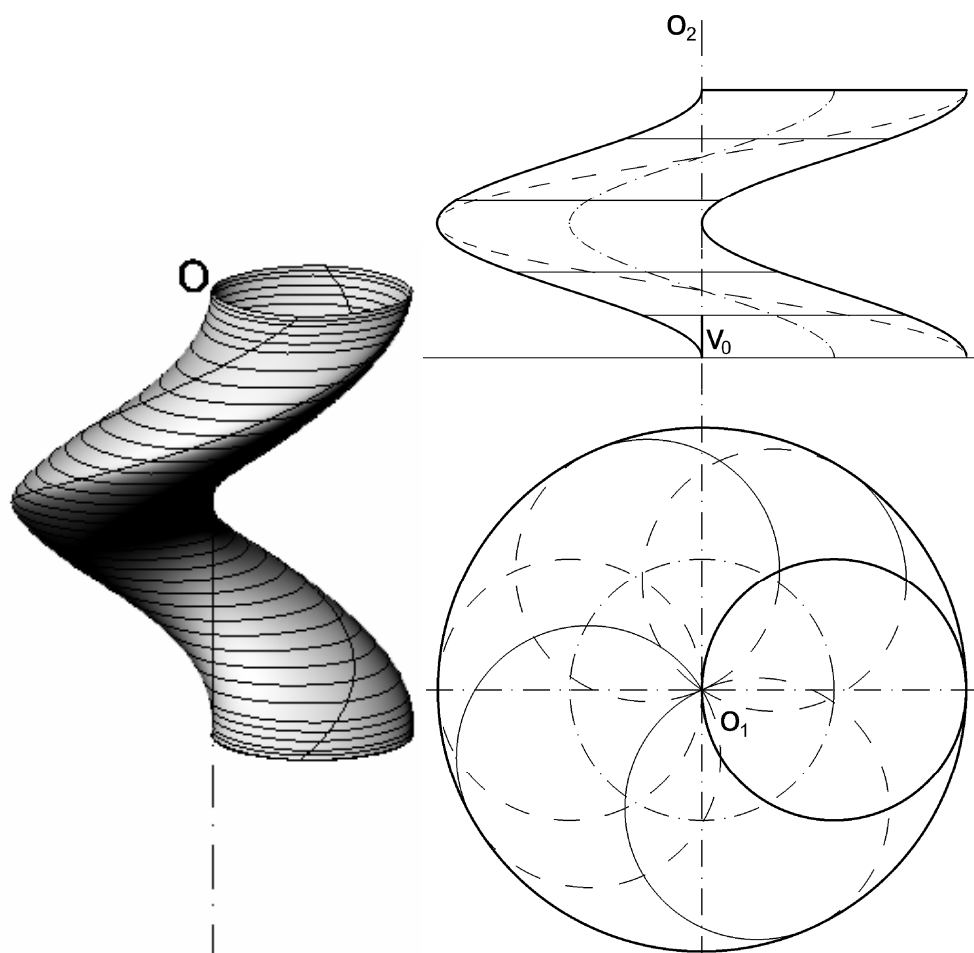
Normální cyklická šroubová plocha je často nazývána „plocha vinutého sloupku“.



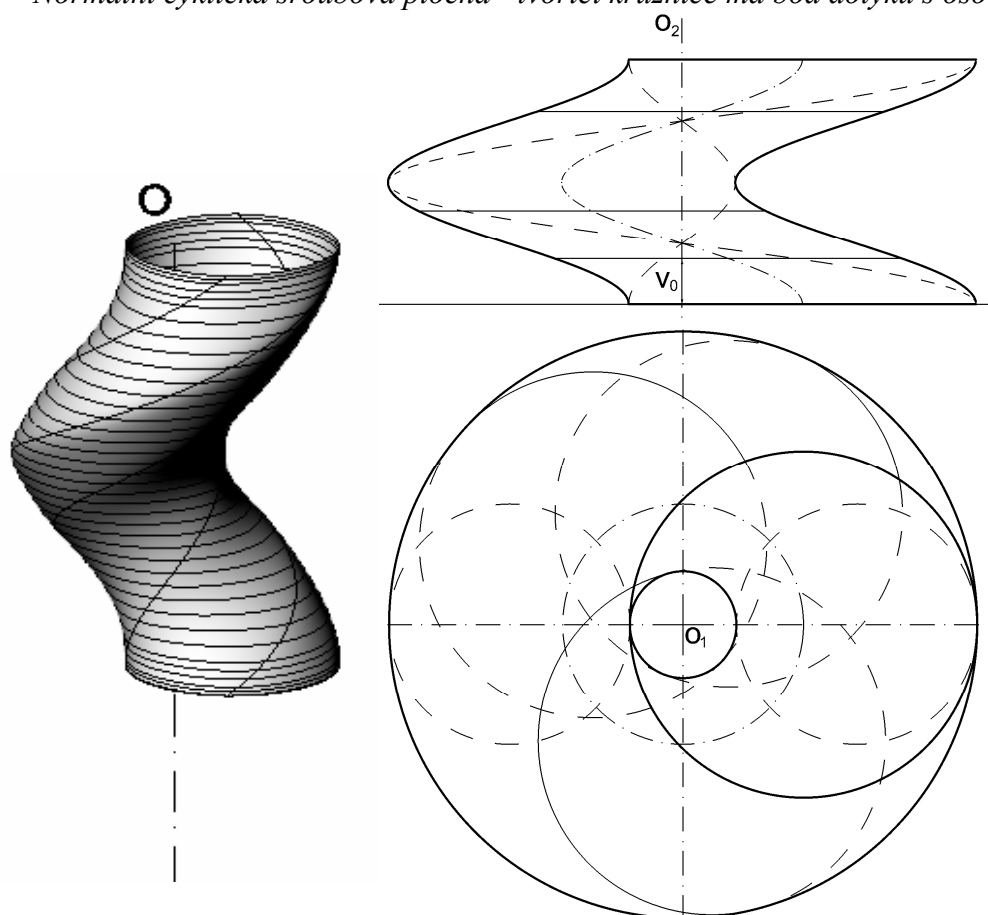
Obr.9. Normální cyklická šroubová plocha - osa o prochází vně šroubové plochy.



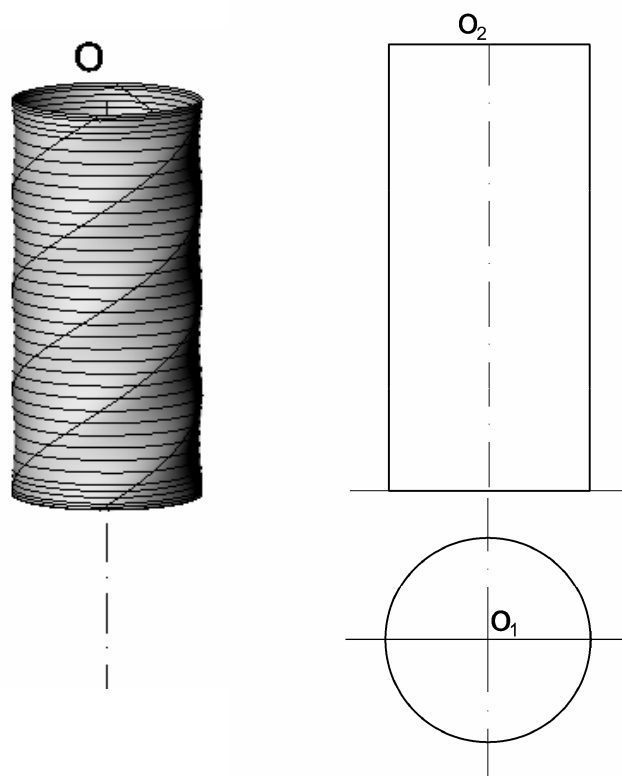
Obr.10. Řezy normální cyklické šroubové plochy.



Obr.11. Normální cyklická šroubová plocha - tvořící kružnice má bod dotyku s osou o .



Obr.12. Normální cyklická šroubová plocha - osa o prochází uvnitř šroubové plochy.



Obr.13. Normální cyklická šroubová plocha - tvořící kružnice leží středem na ose o .

4.2 Osová cyklická šroubová plocha

Tvořící kružnice osových cyklických šroubových ploch leží ve stejné rovině jako osa o a má parametrické rovnice $x = 0$, $y = r \cos u + m$, $z = r \sin u + n$, kde souřadnice středu jsou $[0, m, n]$. Tyto plochy dělíme podle polohy tvořící kružnice a osy šroubovice na plochy tvořené tvořící kružnicí, která neprotne osu šroubovice (obr. 14.), plochy s tvořící kružnicí, která se dotýká osy šroubovice v jednom bodě (obr. 16.), plochy s tvořící kružnicí, která protíná osu šroubovice (obr. 17.), nebo plochy s tvořící kružnicí, která má střed na ose šroubovice (obr. 18.). Dosazením rovnic konkrétní tvořící kružnice do parametrických rovnic obecné šroubové plochy, dostaneme parametrické rovnice osových cyklických šroubových ploch:

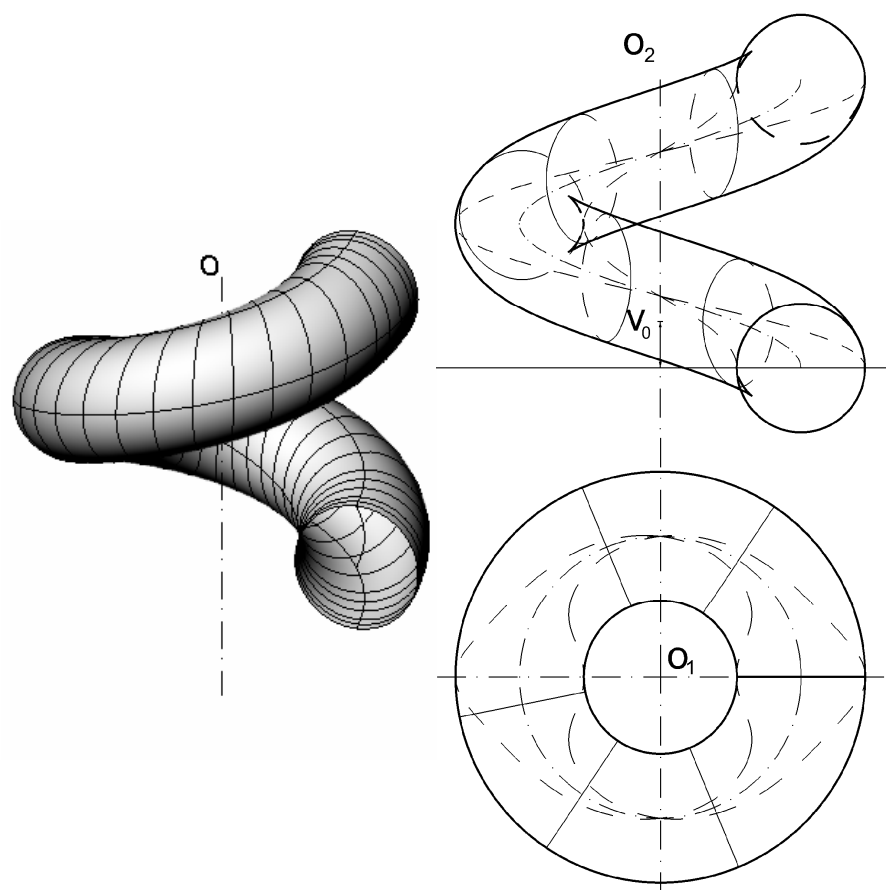
$$x = -r \cos u \sin t - m \sin t,$$

$$y = r \cos u \cos t + m \cos t,$$

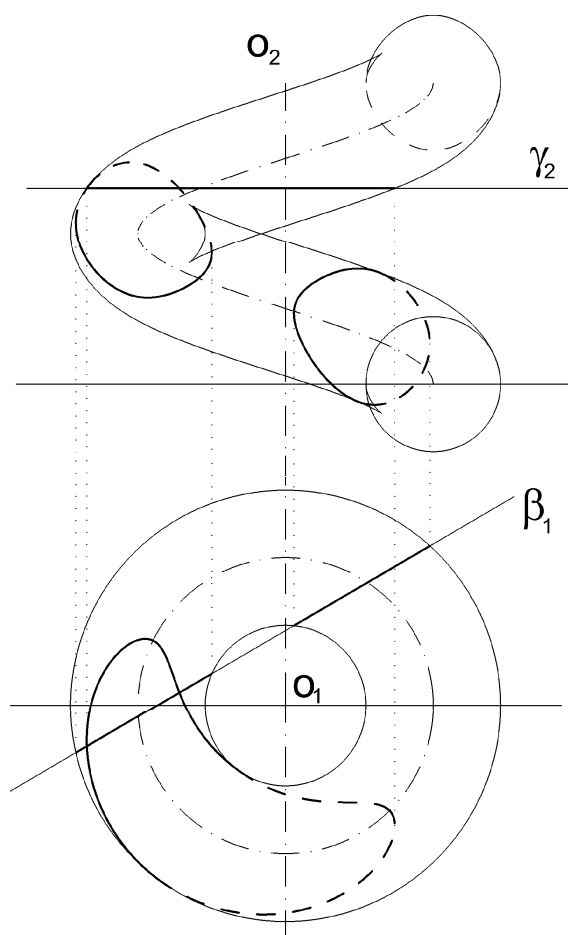
$$z = r \sin u + n + v_0 t.$$

Meridiánové řezy osových šroubových ploch jsou kružnice (obr. 14). Další řezy jsou zobrazeny na obrázku 15. Obecný osový řez je vytvořen rovinou β a obecný normální řez je vytvořen rovinou γ .

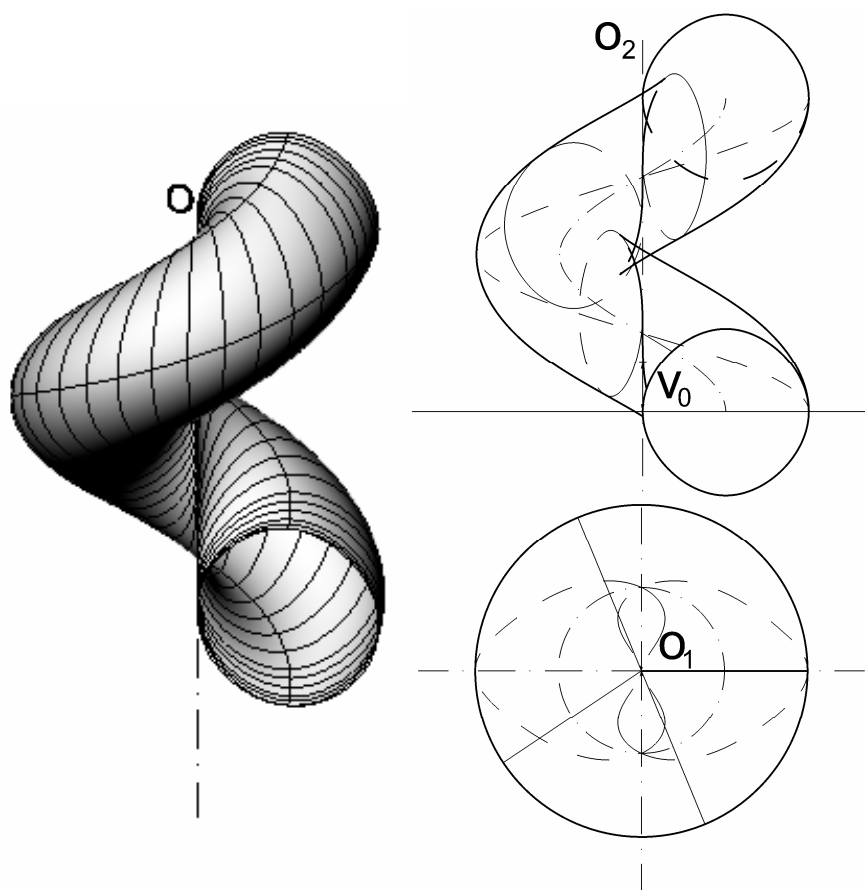
Osová cyklická šroubová plocha, jejíž osa prochází vně šroubové plochy je nazývána „plocha sv. Jiljí“. Osová cyklická šroubová plocha se středem tvořící kružnice na ose šroubové plochy, pro kterou platí $v = 4r$, kde v je výška závitu a r je poloměr tvořící kružnice, se nazývá „plocha kadeře“.



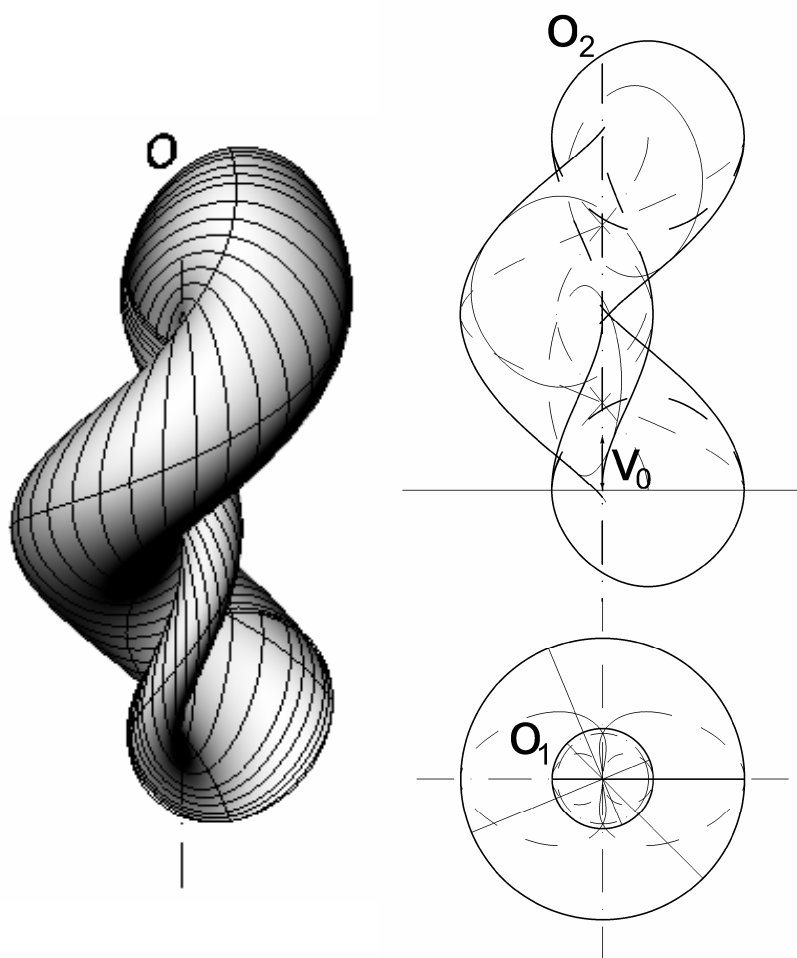
Obr.14. Osová cyklická šroubová plocha - osa o prochází vně šroubové plochy.



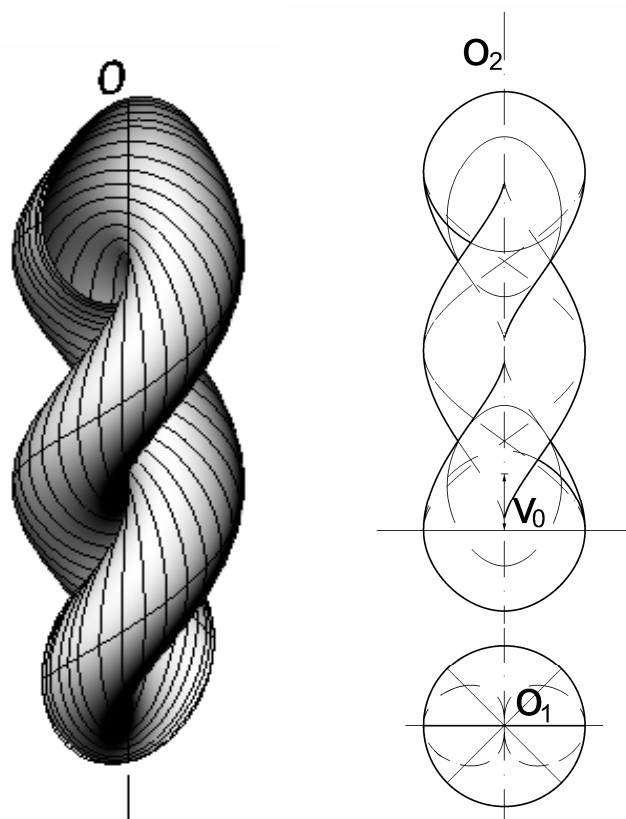
Obr.15. Řezy osové cyklické šroubové plochy.



Obr.16. Osová cyklická šroubová plocha - tvořící kružnice má bod dotyku s osou o .



Obr.17. Osová cyklická šroubová plocha - osa o prochází uvnitř šroubové plochy.



Obr.18. Osová cyklická šroubová plocha - tvořící kružnice leží středem na ose o

4.3 Archimédova serpentina

Tvořící kružnice Archimédovy serpentiny leží v rovině kolmé na tečnu šroubovice středu a má parametrické rovnice $x = r \sin u \sin \vartheta$, $y = r \cos u + m$, $z = r \sin u \cos \vartheta$, kde souřadnice středu tvořící kružnice jsou $[0, m, 0]$, m se nesmí rovnat 0, úhel ϑ je sklon šroubovice a $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{v_0}{m}$ je spád šroubovice. Použité goniometrické funkce úhlu ϑ můžeme nahradit vztahy:

$$\sin \vartheta = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + m^2}}, \quad \cos \vartheta = \frac{m}{\sqrt{v_0^2 + m^2}}.$$

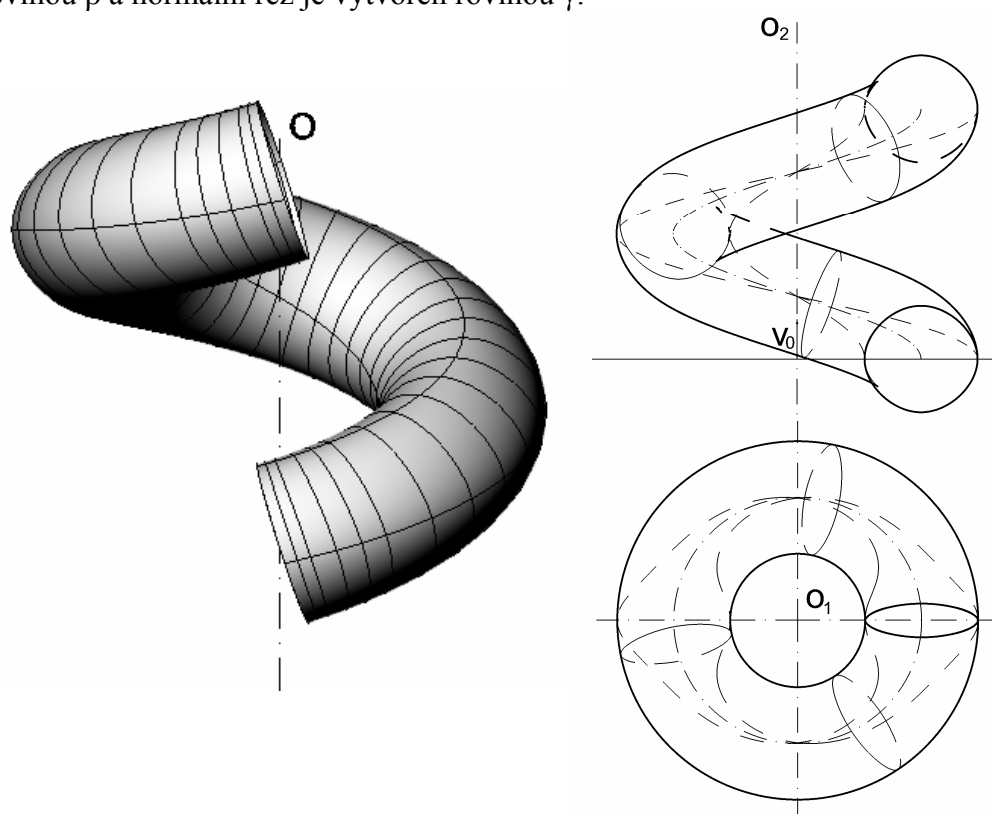
Tyto plochy dělíme podle polohy šroubové plochy a osy šroubovice na plochy, kde osa šroubovice prochází vně šroubové plochy (obr. 19.), plochy s tvořící kružnicí, která má jeden bod dotyku s osou šroubovice (obr. 21.) a plochy, kde osa šroubovice prochází uvnitř šroubové plochy (obr. 22.). Dosazením rovnic konkrétní tvořící kružnice do parametrických rovnic obecné šroubové plochy dostaneme parametrické rovnice Archimédovy serpentiny:

$$x = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + m^2}} r \sin u \cos t - r \cos u \sin t - m \sin t,$$

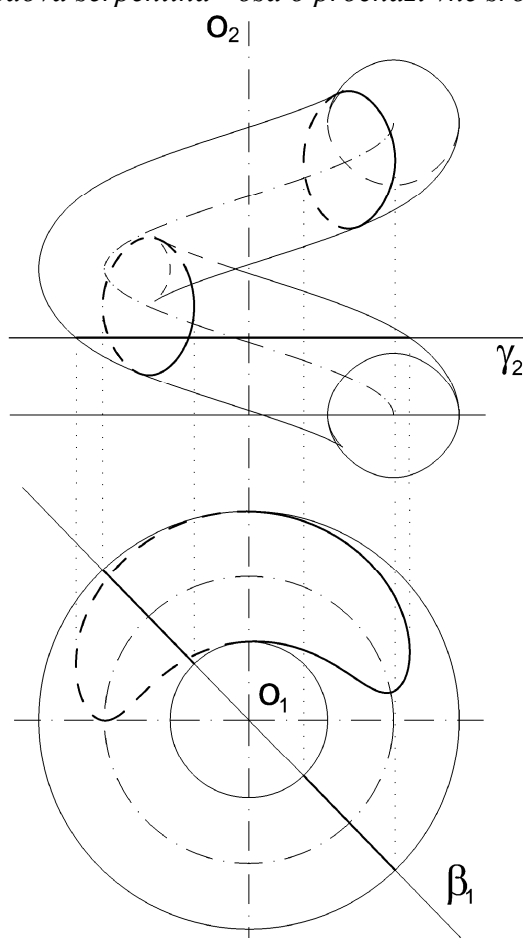
$$y = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + m^2}} r \sin u \sin t + r \cos u \cos t + m \cos t,$$

$$z = \frac{m}{\sqrt{v_0^2 + m^2}} r \sin u + v_0 t.$$

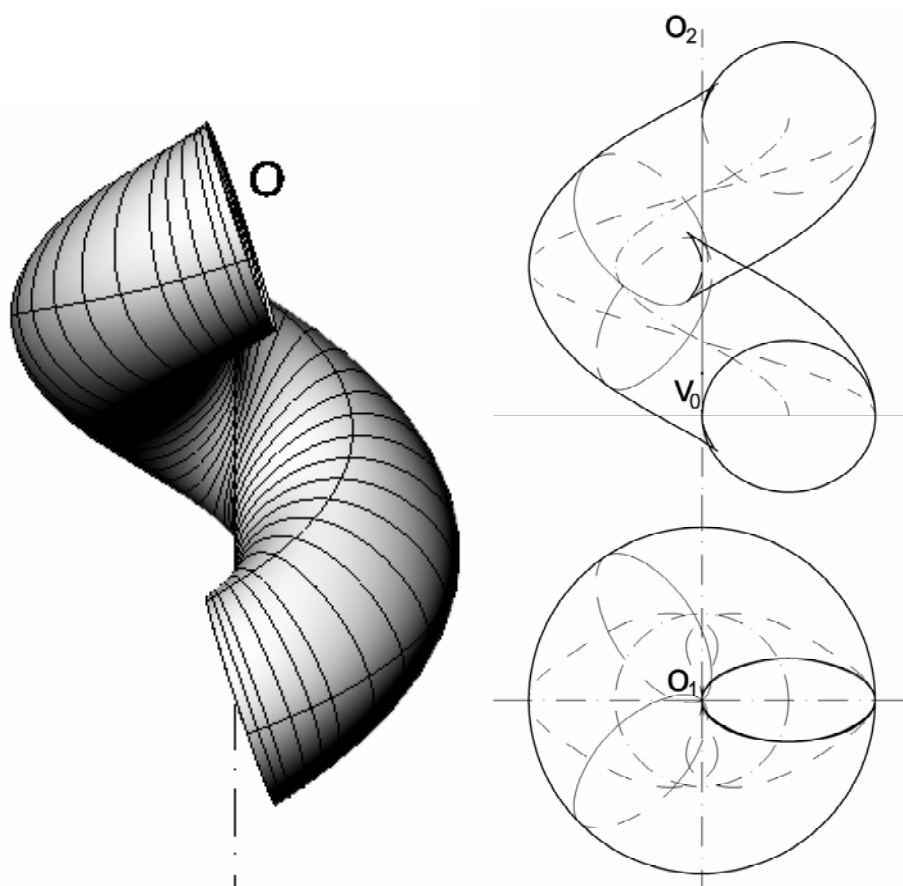
Řezy Archimédovy serpentiny jsou zobrazeny na obrázku 20. Meridiánový řez je vytvořen rovinou β a normální řez je vytvořen rovinou γ .



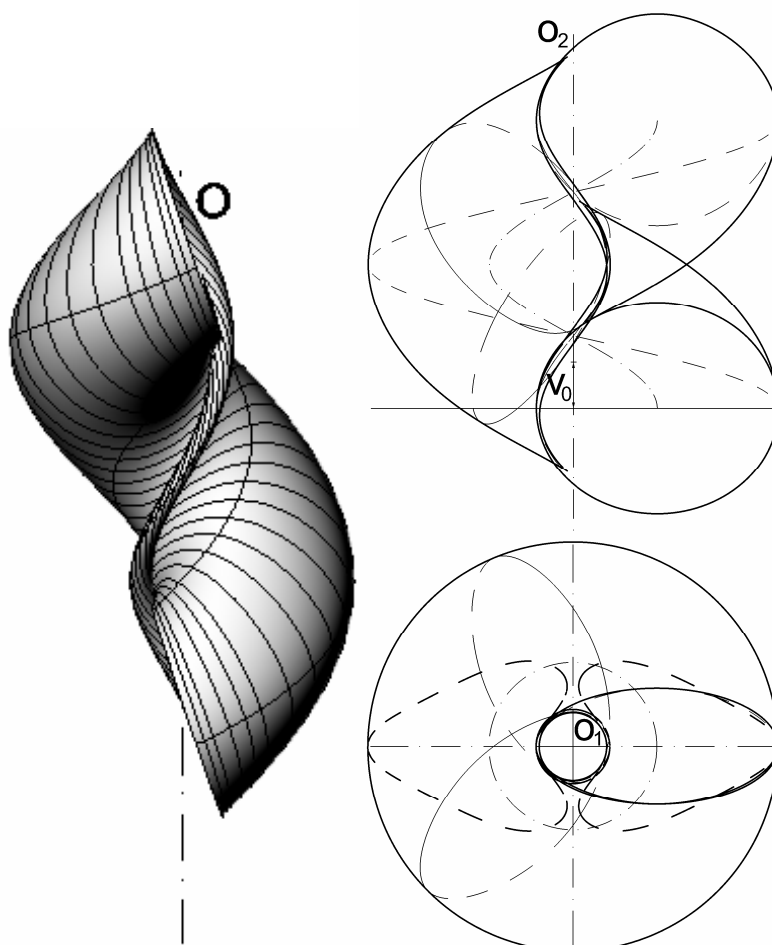
Obr.19. Archimédova serpentina - osa o prochází vně šroubové plochy.



Obr.20. Řezy Archimédovy serpentiny.



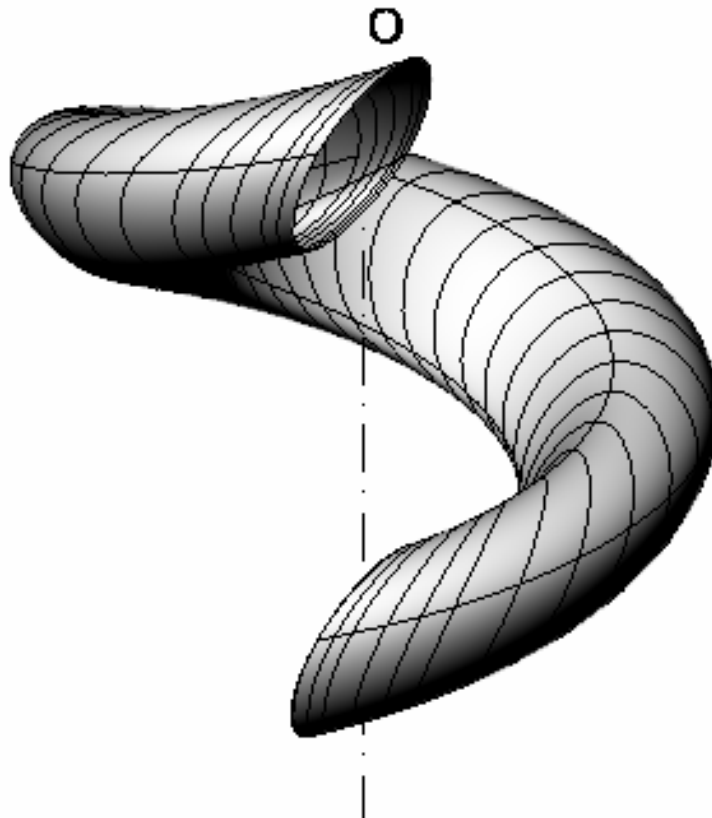
Obr.21. Archimédova serpentina - tvořící kružnice má bod dotyku s osou o .



Obr.22. Archimédova serpentina - osa o prochází uvnitř šroubové plochy.

4.4 Obecná cyklická šroubová plocha

U obecné cyklické šroubové plochy (obr. 23.) leží tvořící kružnice s libovolnými souřadnicemi středu v libovolné rovině, s výjimkou speciálních případů zmíněných dříve. Normálním, osovým i obecným řezem šroubové plochy je obecná křivka nebo tvořící kružnice.

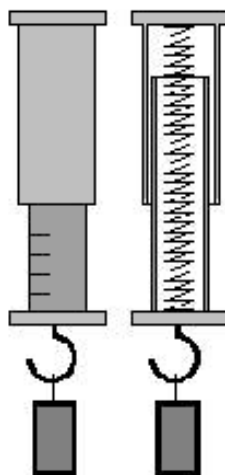


Obr.23. Obecná cyklická šroubová plocha.

5 Užití cyklických šroubových ploch

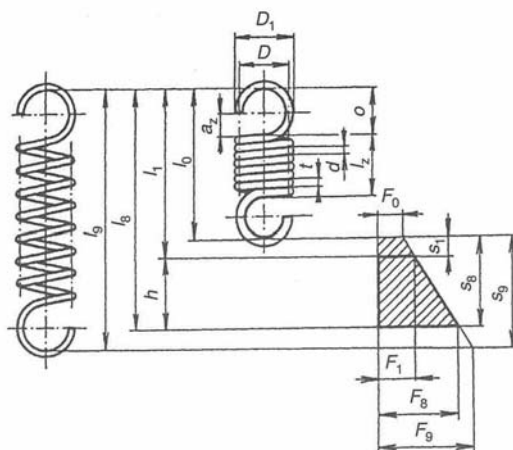
Cyklické šroubové plochy se využívají ve strojním a stavebním průmyslu. Ve strojním průmyslu se nejčastěji vyskytuje cyklická šroubová plocha v oblasti pružin nebo také v oblasti závitů. Pružiny můžeme chápat jako strojní součásti, které přeměňují mechanickou energii na pružnou deformaci. Tato deformace závisí na vlastnostech materiálu a konstrukčních vlastnostech. Pružiny mohou vytvářet předepsanou sílu nebo moment, tlumit otřesy, rázy nebo kmity nebo mohou vytvářet pružné spojení dvou i více součástí. Pružiny můžeme zatěžovat na tah, tlak, krut, ohyb a smyk. Pružiny jsou příkladem Archimédovy serpentiny.

Školním příkladem pružiny, která vytváří předepsanou sílu, je siloměr (obr. 24.). Siloměr je přístroj, který přeměňuje sílu gravitační na sílu pružnosti. S pružinou, která tlumí otřesy, rázy nebo kmity, se nejčastěji setkáme jako odpružení kola, motocyklu či vozidla. Odpružení vozidla (příloha 1. a 2.) pohlcuje otřesy spojené s nerovností vozovky pro vyšší komfort z jízdy. Odpružení bývá spojeno s tlumičem, který usměrňuje rozkmitání pružiny. Další pružiny vytvářejí pružné spojení dvou a více součástí. Takovou pružinu využívá např. propisovací tužka (příloha 3.), prádelní kolíček (příloha 4.), kancelářské potřeby pro děrování kancelářských papírů (příloha 5.) nebo pro sešívání kancelářských listů (příloha 6.).



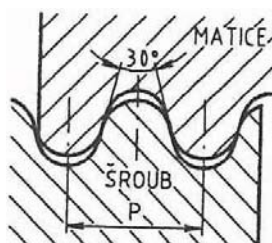
Obr.24. Siloměr (zdroj [13])

Mezi tažné pružiny (obr. 25.) můžeme zařadit již zmíněný siloměr, stahovací gumy s háčky (příloha 7.) nebo závěs zahradní houpačky (příloha 8.). Příkladem pružiny namáhané na tlak, ohyb, krut i smyk jsou pružinové houpačky na dětských hřištích (příloha 9.).



Obr.25. Tažná pružina (zdroj[10])

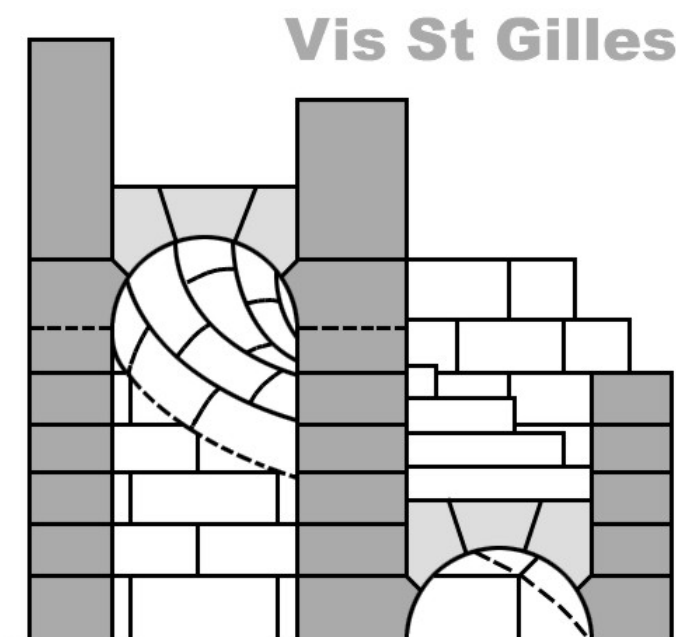
Další významnou oblastí ve strojním průmyslu, kde jsou užity cyklické šroubové plochy, jsou závity. Oblý závit (obr. 26.) bývá využíván např. u žárovek (příloha 10.), na některých potravinových dózách (příloha 11.) nebo na hadici vysavače (příloha 12.). Oblý závit je příkladem osově cyklické šroubové plochy.



Obr.26. Oblý závit (zdroj[8])

Ve stavebním průmyslu se cyklické šroubové plochy často užívají u točitých schodišť jako strop nebo třeba jako zábradlí (příloha 13.). Zábradlí točitého schodiště bývá ve tvaru Archimédovy serpentiny. Jako příklad osově cyklické šroubové plochy, nazývané také plocha sv. Jiljí, si můžeme uvést strop nad točitým schodištěm v klášteře St. Gilles ve Francii (obr. 27.). Ve stavebnictví se dále můžeme setkat s cyklickou šroubovou plochou jako

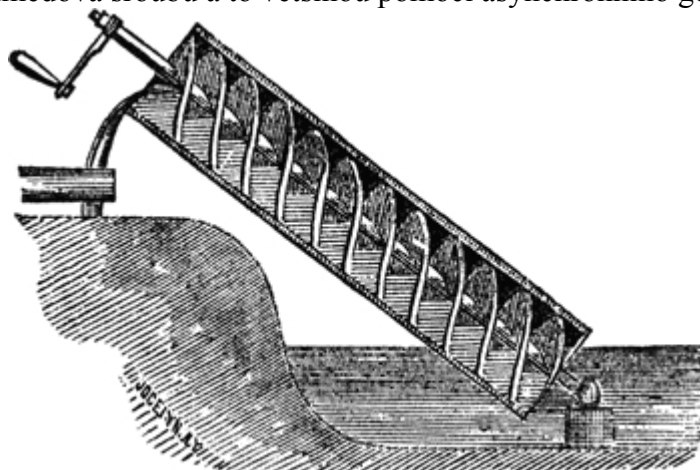
s ozdobným prvkem stavebního objektu, například výzdoba sloupu v budově hlavního nádraží v Brně (příloha 14.). Vinutý sloupek (normální cyklická šroubová plocha) je užíván také ve stavebnictví, například u vchodu do Chrámu Panny Marie Sněžné v Olomouci (příloha 15.)



Obr.27. Půlkruhově zaklenuté točité schodiště v klášteře St. Gilles, Francie (zdroj [11])

Další využití cyklické šroubové plochy, konkrétně Archimédovy serpentiny, je například skluzavka, často nazývaná také tobogán (příloha 16.), plastová spirálová vazba (příloha 17.), vývrtka na víno (příloha 18.), nástavce ručního šlehače (příloha 19.), kuchyňská metlička (příloha 20.), podavač nápojového a jídelního automatu (příloha 21.) nebo kabel některých elektrických spotřebičů (příloha 22.).

Velice známou a využívanou Archimédovou serpentinou je tzv. Archimédův šroub. Jeho konstrukce se skládá ze šnekového mechanismu šikmo uloženého v korytě (obr. 28.) nebo jde o trubku namotanou kolem šikmo uložené hřídele (příloha 23.). Využívá potenciální energie vody. Tento šroub slouží jako čerpadlo kapalin, které po dodání energie vyčerpá kapalinu vzhůru po šikmém korytě, nebo slouží jako vodní motor pro malé vodní elektrárny, kde pracuje jako náhrada starých vodních kol. Jako vodní motor se využívá u vodních přepadů např. u rybníků nebo vodních nádrží. Jeho výhodou je např. šetrnost k vodním živočichům, okysličování vody, odolnost a spolehlivost. U vodního motoru je však potřeba regulovat otáčky Archimédova šroubu a to většinou pomocí asynchronního generátoru.



Obr.28. Archimédův šroub (zdroj [12])

6 Závěr

Úkolem této bakalářské práce bylo uvést základní pojmy a konstrukční úlohy o šroubovici a šroubových plochách, hlavním tématem byly cyklické šroubové plochy a jejich užití v technické praxi. Byly zde podrobně popsány všechny druhy cyklických šroubových ploch. Každý druh byl doplněn 3D obrázkem, zobrazením v Mongeově promítání a užitím. Užití cyklických šroubových ploch je velmi rozsáhlé, proto zde byly uvedeny pouze některé příklady. Vše bylo doplněno fotodokumentací autorky, pouze dvě fotografie jsou z jiných zdrojů. Ve strojním průmyslu se nejčastěji setkáváme s Archimédovou serpentinou v podobě pružiny. Ve stavebním průmyslu bývá nejčastěji užívána osová cyklická šroubová plocha u točitého schodiště, a to v podobě klenbového stropu, nebo zábradlí.

V uvedené literatuře lze samozřejmě najít ucelený soupis všech tří základních druhů cyklických šroubových ploch, tj. normální, osově i Archimédovy serpentiny. Ve zdrojích jsou však uváděny pouze nákresy vybraných druhů. V této bakalářské práci bylo navíc provedeno rozdělení šroubových ploch podle polohy osy šroubového pohybu vzhledem k ploše a všechny tyto druhy cyklických šroubových ploch byly také zobrazeny.

Tato bakalářská práce může sloužit jako opora pro výuku cyklických šroubových ploch. S uvedenými rovnicemi lze dále pracovat například v počítačové grafice pro znázornění cyklických šroubových ploch, nebo pro přiblížení grafických a matematických modelů.

Téma bakalářské práce lze dále rozvinout například na výpočty se šroubovicí na nosné kuželové ploše (tj. s proměnným poloměrem), nebo s proměnnou výškou závitu a s tím související šroubové plochy, nebo na řešení průniků šroubových ploch s rotačními plochami a jejich užití. To vše však přesahuje rámec této práce.

Přehled použitých zdrojů

- [1] BORECKÁ, Květoslava, Ludmila CHVALINOVÁ, Mája LOVEČKOVÁ a Veronika ŠMÍDOVÁ-ROUŠAROVÁ. *Konstruktivní geometrie*. Vyd. 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM s.r.o., 2006, 145 s. Učební texty vysokých škol (Vysoké učení technické v Brně). ISBN 80-214-3229-2.
- [2] HAJKR, Oldřich a Josef LÁNÍČEK. *Deskriptivní geometrie II*. 1. dotisk. Ostrava: Brigáda socialistické práce Edičního střediska VŠB Ostrava, 1980, 252 s. Učební texty vysokých škol (Vysoká škola báňská v Ostravě).
- [3] PISKA, Rudolf a Václav MEDEK. *Deskriptivní geometrie II*. druhé, rozšířené a přepracované. Jarmila Novotná. Praha: SNTL/ALFA, 1975, 400 s. Učební texty vysokých škol. L11-C3-IV-31/17 722.
- [4] URBAN, Alois. *Deskriptivní geometrie II*. 2. rev. a dopl. vyd. Praha: SNTL, 1979, 303 s.
- [5] DOLEŽAL, Josef. *Konstruktivní geometrie*. druhé rozšířené. Vysoké učení technické v Brně: Rektorát Vysokého učení technického v Brně, 1982, 149 s. Učební texty vysokých škol (Vysoké učení technické v Brně).
- [6] MARTIŠEK, Dalibor. *Sylabus k 8. přednášce* [online]. [cit. 2012-02-20]. Dostupné z: <http://www.math.fme.vutbr.cz/default.aspx?catalog=3&catsrtext=18&ca tsrfield=38>
- [7] MARTIŠEK, Dalibor. *Sylabus k 11. přednášce* [online]. [cit. 2012-02-20]. Dostupné z: <http://www.math.fme.vutbr.cz/default.aspx?catalog=3&catsrtext=18&ca tsrfield=38>
- [8] SVOBODA, Pavel. *Základy konstruování*. Vyd. 2., dopl. a přeprac. Brno: CERM, 2008, 234 s. ISBN 978-80-7204-584-6.
- [9] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R MISCHKE a Richard G BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. 1. vyd. Editor Martin Hartl, Miloš Vlk. Brno: VUTUM, 2010, 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [10] LEINVEBER, Jan a Pavel VÁVRA. *Strojnické tabulky: pomocná učebnice pro školy technického zaměření*. 4., dopl. vyd. Úvaly: Albra, 2008, 914 s. ISBN 978-80-7361-051-7 (Váz.).
- [11] DOLEŽAL, Jiří. Deskriptivní geometrie pro FAST: Šroubové plochy a jejich varianty - realizace. [online]. [cit. 2012-05-03]. Dostupné z: <http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/SroubovePlochy/SroubovePlochy.html>
- [12] Archimedes screw. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2012-05-04]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Archimedes_screw.JPG

- [13] Fyzika pro základní školy: Měření síly. [online]. [cit. 2012-05-03]. Dostupné z: http://www.zsharcov.cz/Predmety/Fyzika/ucivo/6/1_05.html
- [14] Anna&Viktorie – nejen hračky, kočárky a autosedačky. *Anna&Viktorie* [online]. [cit. 2012-05-04]. Dostupné z: <http://shop.annaviktorie.cz/Hracky/Haba/23-Vodni-Park/HABA-Vodni-Park-Velka-startovaci-sada-Archimedes-1123830000010.aspx>
- [15] Archimédův šroub. *Abeceda malých vodních pohonů* [online]. [cit. 2012-05-14]. Dostupné z: <http://mve.energetika.cz/jineturbiny/archimedes.htm>

Seznam příloh

- Příloha 1. Odpružení automobilu Škoda Fabia
- Příloha 2. Odpružení modelu automobilu
- Příloha 3. Propisovací tužka
- Příloha 4. Prádelní kolíček
- Příloha 5. Kancelářská děrovačka
- Příloha 6. Kancelářská sešívačka
- Příloha 7. Stahovací guma
- Příloha 8. Závěs zahradní houpačky
- Příloha 9. Pružinová houpačka na dětském hřišti
- Příloha 10. Žárovka s oblým závitem
- Příloha 11. Potravinová dóza
- Příloha 12. Vysavač
- Příloha 13. Točité schodiště v budově IBC Brno
- Příloha 14. Ozdobný sloup v budově hlavního vlakového nádraží v Brně
- Příloha 15. Chrám Panny Marie Sněžné v Olomouci (zdroj [11])
- Příloha 16. Tobogán z Jihlavské ZOO
- Příloha 17. Plastová spirálová vazba
- Příloha 18. Vývrtka na víno
- Příloha 19. Nástavec ručního šlehače
- Příloha 20. Kuchyňská metlička
- Příloha 21. Podavač nápojového a jídelního automatu
- Příloha 22. Kabel elektrického topení
- Příloha 23. Archimédův šroub (zdroj [14])

Přílohy



Příloha 1. Odpružení automobilu Škoda Fabia



Příloha 2. Odpružení modelu automobilu



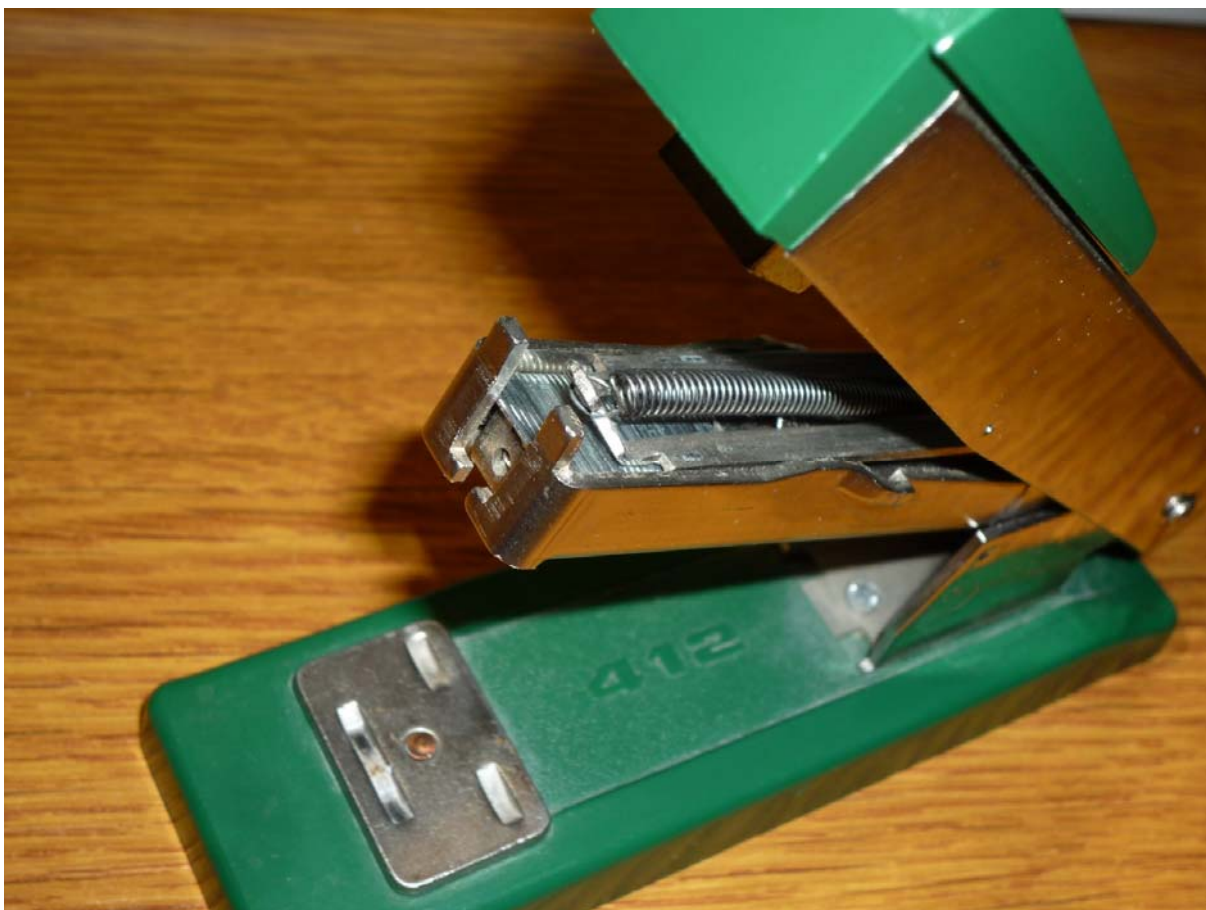
Příloha 3. Propisovací tužka



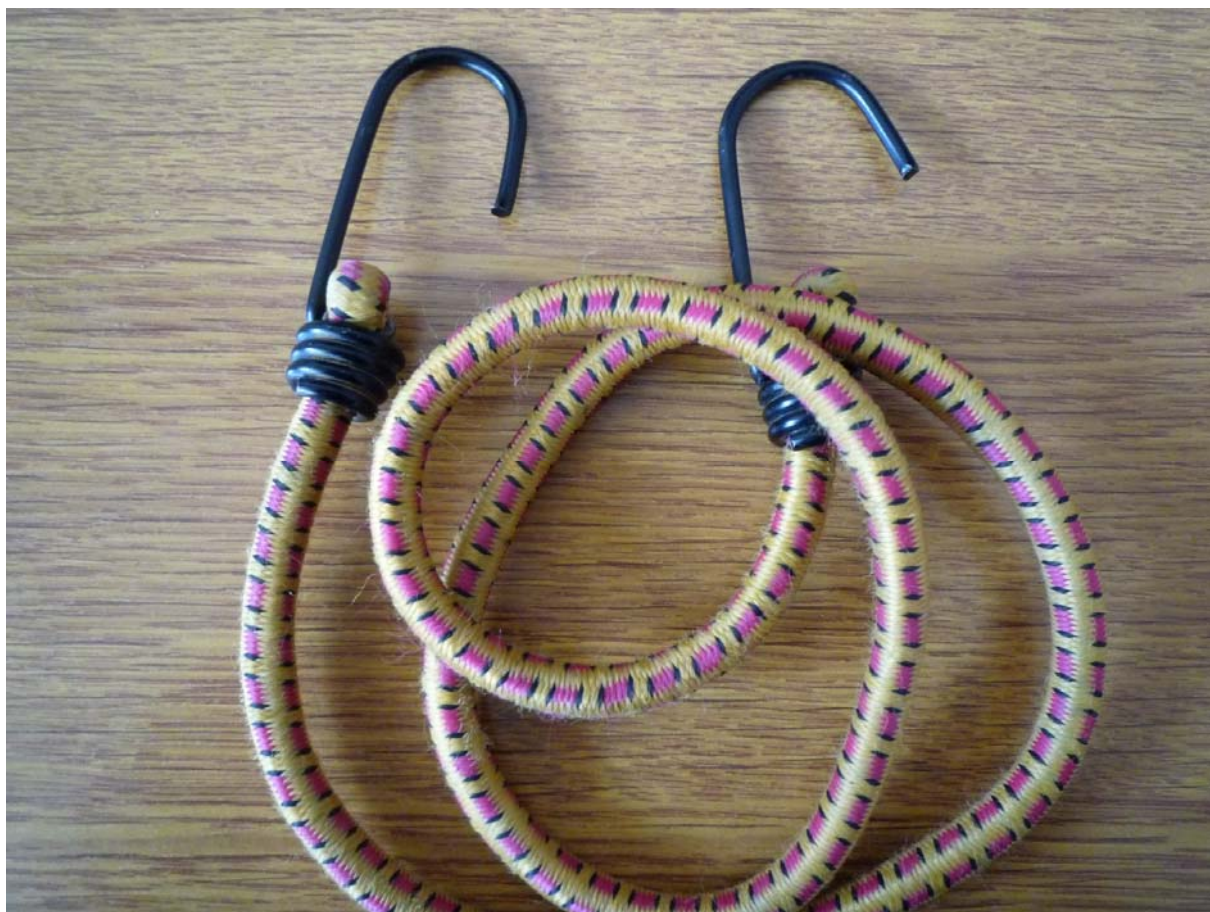
Příloha 4. Prádelní kolíček



Příloha 5. Kancelářská děrovačka



Příloha 6. Kancelářská sešíváčka



Příloha 7. Stahovací guma



Příloha 8. Závěs zahradní houpačky



Příloha 9. Pružinová houpačka na dětském hřišti



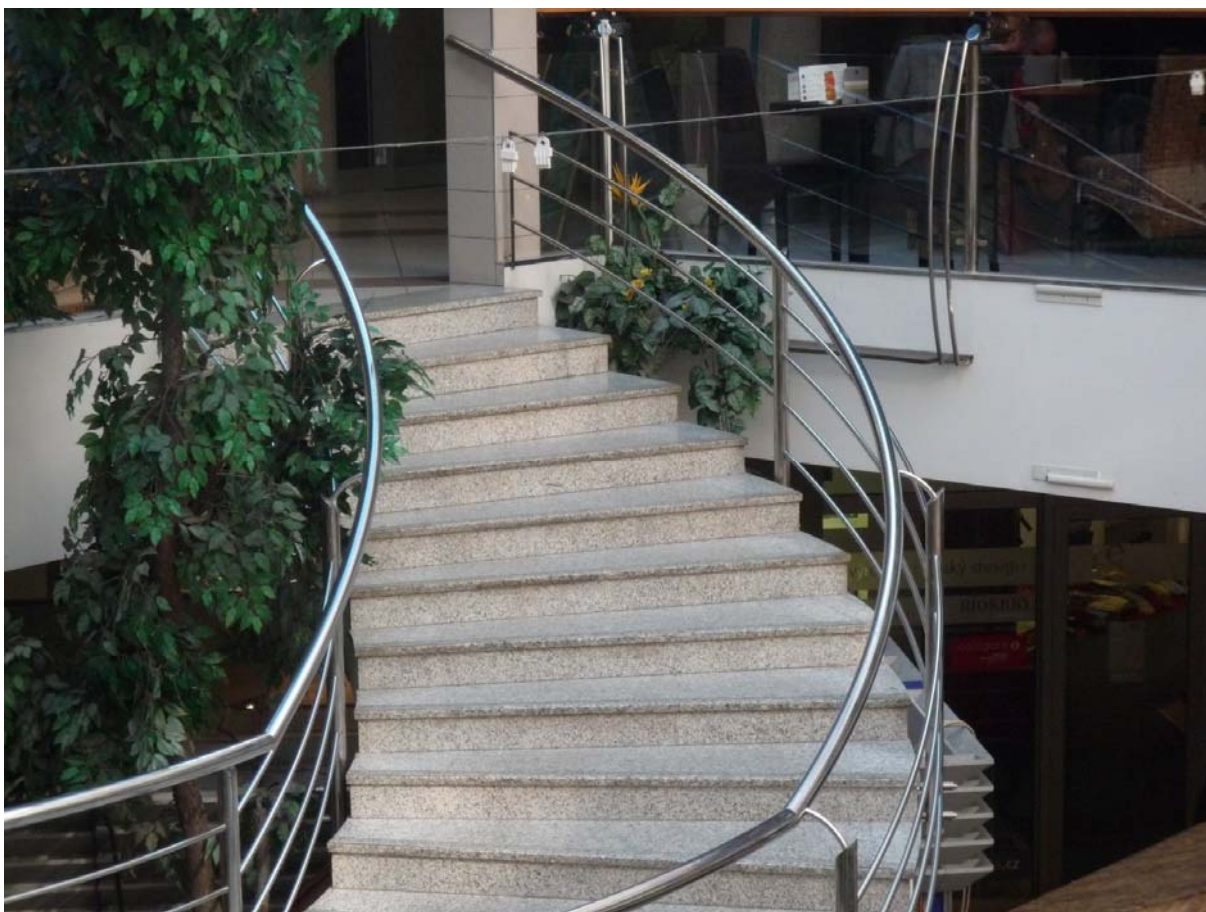
Příloha 10. Žárovka s oblým závitem



Příloha 11. Potravinová dóza



Příloha 12. Vysavač



Příloha 13. Točité schodiště v budově IBC Brno



Příloha 14. Ozdobný sloup v budově hlavního vlakového nádraží v Brně



Příloha 15. Chrám Panny Marie Sněžné v Olomouci (zdroj [11])



Příloha 16. Tobogán z Jihlavské ZOO



Příloha 17. Plastová spirálová vazba



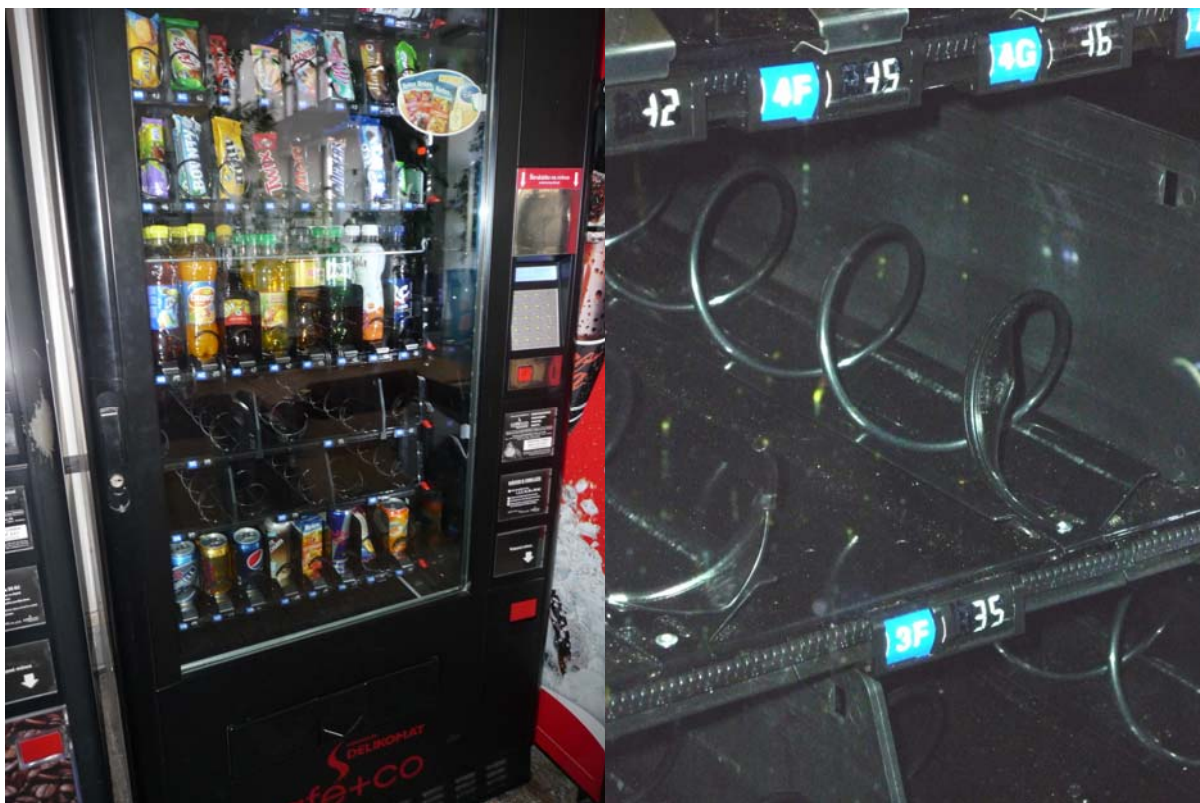
Příloha 18. Vývrtka na víno



Příloha 19. Nástavec ručního šlehače



Příloha 20. Kuchyňská metlička



Příloha 21. Podavač nápojového a jídelního automatu



Příloha 22. Kabel elektrického topení



Příloha 23. Archimédův šroub (zdroj [14])